Österreichische Mathematikolympiade
Steirischer Unterstufenwettbewerb 2018
Teil I, Lösungen

1) Nach dem 7. Juli vergehen im Juli noch 24 Tage, im August 31 Tage und im September 22 Tage. (24 + 31 + 22 = 77). **22. September**

2) Es gilt: ggT(1,2,3,4,5,6,7,8) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ = 840. **12**

3) Vier Kolonien entstehen aus einer nach zwei Verdoppelungen, also nach 6 Stunden. Der Prozess hätte also 72 – 6 = 66 Stunden gedauert. **66 Stunden**

4) Wegen $3 \cdot 7 > 4 \cdot 5$ gilt $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$. Man kann leicht überprüfen, dass alle übrigen Brüche im Inneren des Intervalls liegen. **3/5**

5) Da es je einen von jeder Sorte geben muss, sind 3 der 6 Keksarten schon fix. Wenn die restlichen 3 alle gleich sind geht dies auf 3 Arten. Wenn sie alle verschieden sind, geht es auf eine Art. Wenn es 2 von einer Art gibt und eine von einer anderen, können die 2 von 3 verschiedenen Arten sein, und zu jeder gibt es zwei Möglichkeiten für den Verbleibenden, also zusammen 3x2 = 6 Arten. Zusammen gibt es 3 + 1 + 6 = 10 verschiedene Teller. **10**

6) Jeder Außenwinkel ist gleich dem gegenüberliegenden Innenwinkel. Die Summe dieser 4 ist 360°. Somit gilt $\alpha + 70° + 75° + 120° = 360°$, also $\alpha = 95°$. **95°**

7) Ist die Stundenzahl von 1 bis 9, stimmt diese mit der Minutenziffer überein. Zu jeder gibt es die 6 Möglichkeiten 0,1,2,3,4,5 für die Zehn-minuten-ziffer, also zusammen 9x6 = 54 Palindrome. Dazu kommt je eine in den Stunden 10, 11 und 12; insgesamt also 54 + 3. **57**

8) Es gibt 2x Burschen und 3x Mädchen, also 5x Kinder in der Klasse. Wegen 5x = 50 gilt x = 6, und somit M – B = 18 – 12 = 6. **6**

9) Ist die erste Zahl x, so ist die dritte 18 – 3 – x = 15 – x. Somit ist die vierte Zahl wegen 18 – 3 – (15-x) = x wieder gleich x, und da man so fortsetzen kann, wiederholen sich die Zahlen in einem 3er-Zyklus. Da die zehnte Zahl somit gleich der ersten sein muss, gilt x = 8, und die sechste Zahl ist somit gleich 15 – x = 15 – 8 = 7. **7**

10) Die Seitenlänge des großen Quadrats ist $\sqrt{A}$, und somit ist die Diagonalenlänge dieses Quadrats $\sqrt{2A}$. Analog ist die Diagonalenlänge des kleine Quadrats $\sqrt{2B}$. Diese beiden Längen sind die Kathetenlängen des rechtwinkeligen grauen Dreiecks, und dessen Fläche ist somit gleich $\frac{1}{2}\sqrt{2A}\sqrt{2B} = \sqrt{AB}$. $\sqrt{AB}$

	1)	**2)**	**3)**	**4)**	**5)**	**6)**	**7)**	**8)**	**9)**	**10)**
A	C	B	B	A	C	D	C	B	A	A
B	C	D	C	E	C	B	A	D	D	A
C	C	B	C	B	E	D	C	B	B	D