



51. Österreichische Mathematik-Olympiade

Unterstufen-Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

13. September 2019

Abzählen und Variablen

1. Vier identisch aussehende 1- Euro Münzen liegen auf einem Tisch. 3 der Münzen sind echt und wiegen genau gleich viel. Die vierte Münze ist gefälscht und hat eine andere Masse. Lukas möchte wissen, welche Münze die Gefälschte ist. Ihm stehen dafür eine Balkenwaage und ein Stift zur Verfügung. Er nummeriert die Münzen von 1 bis 4 durch. Lukas legt nun die Münzen 1 und 2 auf die erste Waagschale und die Münzen 3 und 4 auf die zweite Waagschale. Er sieht, dass die Waagschale mit den Münzen 3 und 4 schwerer ist. Er nimmt nun alle Münzen aus den Waagschalen und legt die Münze 3 in die erste Waagschale und die Münze 4 in die zweite Waagschale. Die Münze 4 ist laut Waage leichter. Welche Münze ist sicher die gefälschte Münze?(SUW2017, T1, 6)
2. In einer Schulklasse gibt es B Burschen und M Mädchen. Es gilt $B : M = 2 : 3$. Insgesamt gibt es 30 Kinder in der Klasse. Wie groß ist die Zahl $M - B$?
3. Alle Minions haben zwei Arme. Manche haben zwei Augen und manche haben nur ein Auge. In einer Gruppe von Minions zählt Bob 70 Augen. In dieser Gruppe befinden sich genau doppelt so viele zweiäugige Minions wie einäugige.
Wie viele Arme kann Bob in der Gruppe zählen?
4. Ein Kartendeck besteht aus 28 Spielkarten. Es gibt jeweils 7 Kartenwerte (8, 9, 10, Bube, Dame, König und Ass) in den 4 Farben Karo, Pik, Herz und Kreuz. Das Deck wird gemischt.
Wie viele Karten muss man mindestens ziehen, damit man sicher eine Herzkarte oder einen König gezogen hat?(SUW2017, T1, 7)
5. Ein Viereck hat 2 Diagonalen. Ein Fünfeck hat 5 Diagonalen. Wie viele Diagonalen hat ein Achteck?(SUW2017, T1, 10)
6. Petra stellt Keksteller zusammen. Sie hat Kokoskekse, Butterkekse und Schokokekse gebacken. Auf einen Teller kommen sechs Kekse, wobei es auf jedem Teller mindestens ein Keks jeder Sorte geben soll.
Auf wie viele verschiedene Arten kann Petra einen Teller unter diesen Voraussetzungen zusammenstellen? (SUW2018, T1, 6)

7. Auf den 18 Memorykarten von Lyanna kommen 9 verschiedene Bilder vor; jedes Bild auf zwei Karten. Sie legt die 19 Karten verdeckt so auf, dass sie nicht weiß welche Karte wo liegt. In jedem Zug wählt sie zuerst eine Karte und deckt diese auf, dann entscheidet sie sich für eine zweite Karte und deckt auch diese auf. Wenn die beiden Karten dasselbe Bild zeigen, bleiben sie offen liegen, andernfalls werden sie wieder verdeckt. Wir sagen, sie hat bei der Kartenauswahl Glück, wenn die zweite gewählte Karte in einem Zug dasselbe Bild wie die erste hat, sie aber diese Karte in keinem vorherigen Zug angesehen hatte.

Lyanna braucht genau 13 Züge, bis alle Karten offen liegen. Wie oft hatte sie dabei mindestens Glück? (Hinweis: Wir zählen es auch dann als Glück, wenn aus anderen Gründen bereits bekannt ist, was unter der zweiten Karte ist, beispielsweise bei den letzten beiden Karten.)(SUW2018, T2, 4)

8. In einer Urne befinden sich 100 Kugeln, die sich nur durch ihre Farben unterscheiden. Davon sind 2 grün, 16 weiß, 26 schwarz, 28 rot und 28 blau. Ulrike soll mit verbundenen Augen Kugeln aus der Urne herausnehmen.

Wie viele Kugeln muss sie mindestens aus der Urne nehmen, damit sich unter den entnommenen Kugeln sicher neun mit derselben Farbe befinden? Begründe, warum dies mit weniger Kugeln nicht sicher der Fall sein muss. (SUW2018, T2, 6)

9. Magic Michaela hat vier Arme. Sie hat einen Pullover mit sieben Ärmeln. Wenn sie den Pullover anzieht, kann sie eine beliebige Kombination von vier Ärmeln verwenden, aber immer genau vier. Wenn sie einen Ärmel zehn Mal verwendet hat, fällt er ab.

Wie oft kann sie den Pullover höchstens anziehen? Begründe deine Antwort!

10. Juanita besucht eine Schule mit sprachlichem Schwerpunkt. In ihrer Klasse sind 40 Schüler. Jeder von ihnen lernt mindestens eine der Fremdsprachen Englisch, Deutsch oder Französisch. 34 Schüler lernen mindestens eine der Sprachen Englisch oder Deutsch. 25 Schüler lernen mindestens eine der Sprachen Deutsch oder Französisch. 6 Schüler lernen nur Deutsch. Genau die Kombination Englisch und Deutsch lernen um drei Schüler mehr als die Kombination Französisch und Deutsch. Kein Schüler lernt die Kombination Englisch und Französisch. Wie viele Schüler lernen genau eine Fremdsprache? Wie viele lernen genau zwei Fremdsprachen?(SUW2017, T2, 6)

Anmerkung: (SUW2017, T2, 6)=Steirischer Unterstufenwettbewerb Teil 2 Aufgabe 6