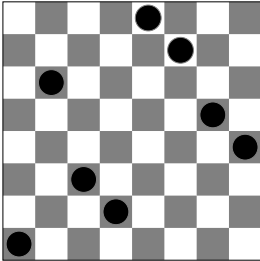


51. "Österreichische Mathematik-Olympiade

Unterstufen-Kurs "Mathematik macht Freu(n)de"

22. November 2019



Beispiel 1. *Wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es, auf ein 8×8 -Schachbrett acht Figuren so hinzustellen, dass keine zwei Figuren in derselben Reihe oder Spalte stehen?*

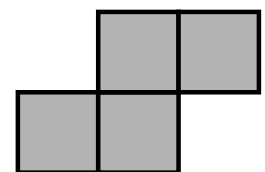
Beispiel 2. *Können wir auf ein 8×8 -Schachbrett acht Figuren so hinstellen, dass keine zwei Figuren in derselben Reihe oder Spalte stehen, und genau eine davon auf einem weißen Feld steht?*

Beispiel 3. *Wenn wir auf ein 7×7 -Schachbrett, dessen linke untere Ecke schwarz ist, 2×1 -Dominosteinen so drauflegen, dass jeder Dominostein auf genau zwei benachbarten Feldern liegt, bleibt ganz sicher mindestens ein Feld frei. Warum? Können wir sogar sagen, dass immer ein Feld einer bestimmten Farbe (schwarz oder weiß) frei bleibt?*

Beispiel 4. *Auf einer Feier sind einige Leute. Manche davon schütteln einander die Hände. Nach dieser Begrüßung glauben sie, festgestellt zu haben, dass die Anzahl der Leute, die mit einer ungeraden Anzahl von anderen Leuten die Hände geschüttelt hat, selbst ungerade ist. Beweise, dass sie sich wohl verzählt haben müssen.*

Beispiel 5 (Iranische Geometrie-Olympiade 2019). *Gegeben seien $n > 2$ Geraden in der Ebene in allgemeiner Lage, das heißt, dass jeweils zwei Geraden einander schneiden, aber keine drei einen gemeinsamen Schnittpunkt haben. Alle Schnittpunkte werden markiert, und dann werden alle Geraden gelöscht, aber die markierten Punkte bleiben. Es ist nicht bekannt, welche markierten Punkte zu welchen zwei Geraden gehört haben. Ist es möglich herauszufinden, wo die Geraden gelegen sind, und alle wiederherzustellen?*

Beispiel 6. *Ein Teil eines (möglicherweise sehr großen) quadratisches Schachbretts wird mit (endlich vielen) S-Tetrominos (wie im Bild), die dafür möglicherweise gedreht, aber nicht gespiegelt werden, belegt. Der Umriss der entstandenen Figur wird markiert, und dann werden die Tetrominos wieder entfernt. Kann man aus dem Umriss erschließen, wie die Tetrominos gelegen sind?*



Beispiel 7. *Gibt es vier Kreise in der Ebene, sodass für jeden Kreis ein Punkt existiert, der außerhalb dieses Kreises, aber innerhalb der anderen drei liegt?*

Beispiel 8. *Gegeben sind ein rechteckiges Papier und ein quadratisches Papier mit demselben Flächeninhalt. Können wir das quadratische Papier mit endlich vielen geraden Schnitten so zerteilen, dass die entstehenden Stücke das rechteckige Papier genau überdecken können, ohne dass zwei Stücke einander überlappen?*