

Lineare Algebra und Geometrie 1

SS 2021, K. Auinger, 12.01.2022

Maximale Punkteanzahl: 16; Schlüssel: 4 ab 8, 3 ab 10, 2 ab 12, 1 ab 14

Es sind keinerlei Hilfsmittel wie Taschenrechner, Computeralgebraprogramme wie Mathematica oder GeoGebra und dergleichen erlaubt. Ein elektronisches Schreibtablet zum Erstellen des pdf-Files darf verwendet werden.

- (a) Sei $\varphi: M_{22}(\mathbb{Q}) \rightarrow M_{22}(\mathbb{Q})$ definiert durch $\varphi(X) = AX$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $\det \varphi$. (4P)
- (b) Bestimmen Sie den Rang und den Positivitätsindex der quadratischen Form $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $q(x_1, x_2, x_3) = 4x_1x_3 + x_2x_3$. (4P)
- (c) Definieren Sie den Begriff der orthogonalen Projektion auf einen Teilraum U und den der Spiegelung an einem Teilraum U eines Euklidischen Raumes E und bestimmen Sie die Determinante dieser Spiegelung. Ist eine solche Spiegelung orthogonal diagonalisierbar? (4P)
- (d) Bestimmen Sie alle $\alpha \in \mathbb{R}$, für die die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \alpha & 1 \end{pmatrix}$ über \mathbb{R} diagonalisierbar bzw nicht diagonalisierbar ist. (4P)

Zur Verfügung gestellt von:
Karl Auinger
PR Lineare Algebra und Geometrie 1
SoSe 2021
LV-Nr.: 250147
Fakultät für Mathematik, Universität Wien
Danke!