

## ÜBUNGSBLATT 1B

### Beispiel 1.

Seien  $p$ ,  $q$  und  $r$  drei Aussagenvariablen. Wir definieren die Formel  $A$  durch die Wahrheitstabelle

$p$	wahr	wahr	wahr	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch
$q$	wahr	wahr	falsch	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch
$r$	wahr	falsch	wahr	falsch	wahr	falsch	wahr	falsch
$A$	wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	wahr	wahr	falsch

Schreiben Sie  $A$  als Verknüpfung der Aussagen  $p$ ,  $q$  und  $r$

(a) in konjunktiver Normalform und

(b) in disjunktiver Normalform.

### Beispiel 2.

Für beliebige Aussagen  $p$  und  $q$  definieren wir die Exklusion  $p \bar{\wedge} q$  als  $\neg(p \wedge q)$ .

Zeigen Sie, daß jede aussagenlogische Formel äquivalent zu einer ist, die sich nur mit Hilfe des Junktors  $\bar{\wedge}$  schreiben läßt.

### Beispiel 3.

Seien  $p, q, r$  drei Aussagenvariablen. Bestimmen Sie, welche der vier Formeln

- $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ ,
- $(p \wedge q) \Rightarrow r$ ,
- $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ ,
- $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

äquivalent zueinander sind.

### Beispiel 4.

Beweisen Sie, daß

(a) die beiden Formeln

$$(p \Rightarrow q) \wedge p \text{ und } p \wedge q; \text{ sowie}$$

(b) die beiden Formeln

$$(\neg p) \Rightarrow (q \vee r) \text{ und } (\neg q) \Rightarrow ((\neg r) \Rightarrow p)$$

jeweils äquivalent zueinander sind.

### Beispiel 5.

Wir haben gesehen, daß  $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$  gilt. Sei nun  $n$  eine beliebige natürliche Zahl. Wir definieren  $p$  als die Aussage „Die Zahl  $n$  ist ungerade.“ und  $q$  als die Aussage „Die Zahl  $n$  ist eine Primzahl.“. Da nun jedoch entweder  $p \Rightarrow q$  oder  $q \Rightarrow p$  gilt, folgt entweder, daß jede ungerade Zahl  $n$  eine Primzahl ist, oder, daß jede Primzahl  $n$  ungerade ist.

Offensichtlich sind jedoch beide Aussagen falsch. Wo ist der Fehler in der Argumentation?

**Beispiel 6.**

Seien  $p$ ,  $q$  und  $r$  Aussagenvariablen. Zeigen Sie, daß

$$p \Rightarrow q, p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \models p \Rightarrow r$$

gilt; die Formel  $p \Rightarrow r$  also wahr ist, wann immer die Formeln  $p \Rightarrow q$  und  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$  wahr sind.