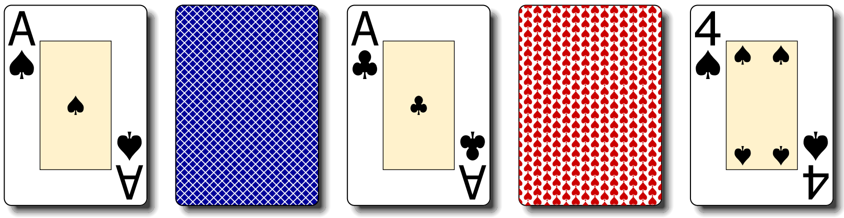
Übungsblatt 2A

Beispiel 1.

Welche Spielkarten in der untenstehenden Figur muß man mindestens umdrehen, um mit Sicherheit die Frage „Sind alle der fünf Karten, die ein blaues Rautenmuster auf der Rückseite haben, Asse?“ beantworten zu können (wenn wir davon ausgehen, daß jede Spielkarte eine Bild- und eine Rückseite besitzt)?



Beispiel 2.

Geben Sie einen formalen Beweis für den sogenannten Modus tollendo tollens:

$$\neg q, p \Rightarrow q \vdash \neg p.$$

Beispiel 3.

Bringen Sie die aussagenlogische Formel

$$\neg\big((p \Rightarrow q) \wedge (r \Leftrightarrow (s \vee t))\big)$$

(a) in disjunktive Normalform und

(b) in konjunktive Normalform.

Beispiel 4.

Bestimmen Sie die Negation der folgenden prädikatorlogischen Aussagen

(a) „Wenn überall Nacht ist, sind alle Katzen grau.“

(b) „Es gibt genau dann ein Haar in der Suppe, wenn jemand danach sucht.“

Beispiel 5.

Bestimmen Sie die Negation der prädikatorlogischen Formeln

(a) $\forall x\big(P(x) \wedge (\exists y\, Q(x,y))\big)$ und

(b) $\exists x\, \big((\exists y(P(x) \vee Q(x,y))) \Leftrightarrow \forall z R(x,z)\big)$,

wobei P ein einstelliges und Q und R zweistellige Prädikate bezeichnen.

Beispiel 6.

Wir betrachten die prädikatorlogischen Formeln

$$\forall x\, \exists y\, P(x,y) \text{ und } \exists y\, \forall x\, P(x,y),$$

wobei P ein zweistelliges Prädikat bezeichnet.

(a) Geben Sie eine Interpretation an, in der die erste Formel wahr und die zweite falsch ist.

(b) Gibt es auch eine Interpretation, in der die erste Formel falsch und die zweite wahr ist?