Zur Verfügung gestellt von:
Gernot Greschonig
PR Stochastik für das Lehramt, WiSe 2022/23
LV-Nr.: 250127
Fakultät für Mathematik, Universität Wien
Danke!

Name. . . . . Matr.-Nr.. . . . .

Kolloquium zur Stochastik für das Lehramt (WS 2022/23)

1. Termin am 07.02.2023

Aufgabe 1 (2+3 P): a) Definieren Sie die Binomialverteilung $B(n, p)$ durch den Wertebereich und den Wahrscheinlichkeitsvektor. Geben Sie auch den sinnvollen Bereich der Parameter an. Verifizieren Sie dann die Eigenschaften eines Wahrscheinlichkeitsvektors. Geben Sie eine Problemstellung an, bei welcher diese Wahrscheinlichkeitsverteilung auftritt und erläutern Sie die betreffende Wahl der Parameter.
b) Leiten Sie die Formel für den Erwartungswert einer Zufallsvariablen $\mathbf{X}$ mit der Binomialverteilung $B(n, p)$ her.

Aufgabe 2 (2+2+3 P): a) Definieren Sie den Begriff der Unabhängigkeit zweier *kontinuierlicher* Zufallsvariablen $\mathbf{X}$ und $\mathbf{Y}$.
b) Definieren Sie den Begriff einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte zweier Zufallsvariablen $\mathbf{X}$ und $\mathbf{Y}$ mit allen Eigenschaften.
c) Formulieren Sie für zwei kontinuierliche Zufallsvariablen eine zur Unabhängigkeit äquivalente Bedingung unter Verwendung einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte. Beweisen Sie diese Äquivalenz.

Aufgabe 3 (2+2 P): a) Formulieren und beweisen Sie die Formel von Bayes.
b) Formulieren und beweisen Sie die Formel für die totale Wahrscheinlichkeit.

Aufgabe 4 (2+2 P): Die Zufallsvariable $\mathbf{X}$ sei das Ergebnis eines fairen Münzwurfs, wobei $\mathbf{X} = 0$ bei „Zahl“ und $\mathbf{X} = 1$ bei „Kopf“ gilt. Die Zufallsvariable $\mathbf{Y}$ mit Werten 1 bis 6 wird danach durch das Werfen eines von zwei fairen Würfeln ermittelt. Im Fall $\mathbf{X} = 0$ verwenden wir einen tetraederförmigen „Würfel“ mit den Augenzahlen 1 bis 4, im Fall $\mathbf{X} = 1$ verwenden wir einen gewöhnlichen Würfel.
a) Geben Sie den gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsvektor der Zufallsvariablen $\mathbf{X}$ und $\mathbf{Y}$ an sowie die Wahrscheinlichkeitsvektoren von $\mathbf{X}$ und $\mathbf{Y}$.
b) Berechnen Sie den Erwartungswert $\mathrm{E}(\mathbf{X} + \mathbf{Y})$ und die Kovarianz $\mathrm{COV}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$.

Punkte aus	1	2	3	4

NOTE