

Name.....

Matr.-Nr.....

Beispielkolloquium zur Stochastik für das Lehramt (WS 2022/23)

Aufgabe 1 (2+2 P): a) Definieren Sie die hypergeometrische Verteilung $H(N, M, n)$ durch den Wertebereich und den Wahrscheinlichkeitsvektor. Geben Sie den sinnvollen Bereich der Parameter an und verifizieren Sie die Eigenschaften eines Wahrscheinlichkeitsvektors. Erklären Sie, in welchen Situationen diese Wahrscheinlichkeitsverteilung auftritt und erläutern Sie die betreffende Wahl der Parameter.
b) Geben Sie den Erwartungswert einer Zufallsvariablen X mit der hypergeometrischen Verteilung $H(N, M, n)$ an und beweisen Sie die entsprechende Formel.

Aufgabe 2 (2+2+2 P): Sei X eine kontinuierliche Zufallsvariable.

- a) Definieren Sie die Begriffe der Wahrscheinlichkeitsdichte (mit allen Eigenschaften) und des Wertebereichs der Zufallsvariablen X .
- b) Geben Sie eine Formel für die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsvariablen X^2 an.
- c) Beweisen Sie diese Formel zur Wahrscheinlichkeitsdichte von X^2 .

Aufgabe 3 (2+2+3 P): Die Wandstärke einer Sorte von Stahlrohren ist $N(\mu, \sigma)$ -verteilt mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Standardabweichung σ . Da eine größere Wandstärke die Festigkeit der Rohre erhöht, kann eine Abweichung nach oben hin immer toleriert werden. Wir ziehen eine Stichprobe von n Rohren mit den Wandstärken X_1, X_2, \dots, X_n und geben ein Konfidenzniveau γ vor.

- a) Definieren Sie das geeignete einseitige Konfidenzintervall für den Parameter μ und die dabei verwendeten Ausdrücke.
- b) Erklären Sie die Bedeutung dieses Intervalls und des Konfidenzniveaus.
- c) Beweisen Sie die Formel zum entsprechenden einseitigen Konfidenzintervall. Aussagen über die Verteilung verwendeter Zufallsvariablen müssen nur korrekt wiedergegeben werden.

Aufgabe 4 (3 P): Aus einem Stapel von drei \heartsuit -Karten, zwei \diamondsuit -Karten und einer \clubsuit -Karte ziehen wir zufällig und ohne Zurücklegen solange, bis die \clubsuit -Karte gezogen wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass vorher zumindest eine \diamondsuit -Karte gezogen wird?

Punkte aus 1 2 3 4

NOTE