

Zur Verfügung gestellt von:  
Otmar Scherzer  
UE Analysis 1, WiSe 2021/22  
LV-Nr.: 250011  
Fakultät für Mathematik, Universität Wien  
Danke!

# Vorlesungsprüfung Analysis 1

## Erster Termin

Name:	
Matrikelnummer:	

### Bemerkungen zur Durchführung der Prüfung

- Alle Lösungen sind ausreichend zu begründen.
- Alle Beispiele werden gleich gewichtet.
- Bis auf Schreibutensilien sind keine Hilfsmittel erlaubt.
- Die letzten beiden Seiten sind für persönliche Notizen gedacht und werden nicht bewertet.
- Der Test dauert 90 Minuten. Eine frühere Abgabe ist jederzeit möglich.

### Resultat

Beispiel	Mögliche Punkte	Erreichte Punkte
1	5	
2	5	
3	5	
4	5	
5	5	
Total	25	

**Beispiel 1 (5 Punkte).**

Bestimmen Sie, für welche Parameter  $\alpha \in \mathbb{R}$  die Funktion

$$f_\alpha : [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}, f_\alpha(x) := \begin{cases} x^\alpha \sin(\frac{1}{x}) & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

Lipschitz-stetig ist, und geben Sie gegebenenfalls eine Lipschitz-Konstante an.

---

**Lösung.**

**Beispiel 2 (5 Punkte).**

Bestimmen Sie die Grenzwerte der Funktionenfolgen

(a)  $(f_n)_{n=1}^\infty$  mit  $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) := \begin{cases} \frac{\sin(\frac{x}{n})}{\frac{x}{n}} & \text{für } x \neq 0, \\ 1 & \text{für } x = 0, \end{cases}$

(b)  $(g_n)_{n=1}^\infty$  mit  $g_n: ]0, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g_n(x) := \sqrt[n]{x}$

und geben Sie an, ob die Konvergenz gleichmäßig ist.

---

**Lösung.**

**Beispiel 3 (5 Punkte).**

Bestimmen Sie

- (a) alle lokalen Minimalstellen,
- (b) alle lokalen Maximalstellen und
- (c) alle globalen Extremalstellen

der Funktion

$$f: [-\frac{1}{2}, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \sqrt{|x^2 - 1|} - x^2.$$

---

**Lösung.**

**Beispiel 4 (5 Punkte).**

Bestimmen Sie die Konvergenzradien der Potenzreihen

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \left( \arctan(n) - \frac{\pi}{2} \right)^{2n} z^n,$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)^{2n-1}}{2^{2n}(2n)!} z^n.$$

---

**Lösung.**

**Beispiel 5 (5 Punkte).**

Berechnen Sie die Integrale

(a)  $\int_0^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx$  und

(b)  $\int_0^1 \cos^3(x) dx$ .

---

**Lösung.**

*Persönliche Notizen (werden nicht gewertet).*

*Persönliche Notizen (werden nicht gewertet).*