

Dauer: 60 Minuten.

Kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit, kein Internet. Unterlagen sind erlaubt.

Vollständige Lösungsverfahren sind hochzuladen. Ohne Lösungsverfahren werden Ergebnisse nicht bewertet.

Alle Aufgaben bekommen bis zu +10 Punkte:

0-24 Punkte: Note 5, 25-29 Punkte: Note 4, 30-34 Punkte: Note 3, 35-39 Punkte: Note 2, 40-50 Punkte: Note 1.

Wenn Sie nicht drücken können, benutzen Sie bitte ein einfaches A4 Blatt.

Technische Fragen bitte an SSC (+43-1-4277-50403).

Plausibilitätscheck im moodle am Montag 27.7 von 10 bis 11 Uhr (nicht alle Studierenden sondern nur die, die eine entsprechende Einladung bis Samstag 25.7, 23.59 Uhr per E-Mail erhalten).

---

Aufgabe 1. Seien  $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f_n(x) = \min\{n^2x, \max\{2n - n^2x, 0\}\}.$$

Zeigen Sie, dass  $f_n \rightarrow 0$  punktweise aber nicht gleichmäßig und dass  $f_n \rightarrow 0$  gleichmäßig auf  $(a, 1]$  für alle  $a > 0$ .

---

Aufgabe 2. Seien  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  und  $g : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$h(t) = 2 \int_0^t s \, ds, \quad g(t) = \int_1^{h(t)} \ln r \, dr.$$

Berechnen Sie  $g(1) + g'(1)$ .

---

Aufgabe 3. Untersuchen Sie die Funktion  $v : (x, y) \in D \mapsto y^3 - x^2y$  mit  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 1\}$  auf Extrema.

---

Aufgabe 4. Sei  $(X, d)$  ein metrischer Raum. Man definiert

$$D(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } x = y, \\ 1 & \text{für } 0 < d(x, y) \leq 1, \\ 2 & \text{für } 1 < d(x, y). \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass  $(X, D)$  ein metrischer Raum ist.

---

Aufgabe 5. Sei  $f : \mathbb{R}^n \setminus \{0\} \rightarrow (0, +\infty)$  gegeben durch  $f(x) = \|x\|_2^\alpha$  für  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass  $\Delta f = 0$  genau dann, wenn  $\alpha = 0$  or  $\alpha = 2 - n$  ist.

(Zur Erinnerung:  $\Delta f = \nabla \cdot (\nabla f)$ )

---

Zur Verfügung gestellt von:

Ulisse Stefanelli

PR Analysis, SoSe 2020

LV-Nr.: 250027

Fakultät für Mathematik, Universität Wien

Danke!