

Zentral gestellte syrische Reifeprüfung Mathematik; <https://goo.gl/images/1Bsq4i>
 Sinngemäße Übersetzung von Kamal Alyoubashi, Michael Eichmair und Lukas Riegler

Prüfungsdauer: 180 Minuten

① Beweise, dass

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1.$$

② Bestimme die Gleichung jener Ebene durch den Nullpunkt, die parallel zu den Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ liegt.

③ Beweise, dass $\ln(x) \leq x - 1$ für alle $x \in]0; \infty[$.

④ Die Menge M besteht aus allen komplexen Zahlen $z = x + i \cdot y$ für die

$$|i \cdot z - 1| = |z + 2|.$$

Beschreibe die Menge M geometrisch.

⑤ Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} + 1$$

Bestimme die Tangente an der Stelle $x_0 = 1$.

Benutze dein Ergebnis, um den Wert $f(1,2)$ näherungsweise zu bestimmen.

⑥ Vor dir stehen 2 Schachteln mit Bällen.

In der ersten Schachtel befinden sich n rote und 2 weiße Bälle.

In der zweiten Schachtel befinden sich ein roter Ball und 2 weiße Bälle.

Du wählst blind eine der beiden Schachteln und ziehst dann blind einen Ball aus dieser Schachtel.

Ereignis A : Der gezogene Ball ist rot.

Ereignis B : Der gezogene Ball ist aus der zweiten Schachtel.

a) Wie muss n gewählt sein, damit $P(B | A) = \frac{2}{5}$?

b) Wir nehmen $n = 2$. Die Zufallsvariable X ist folgendermaßen definiert:

$$X = \begin{cases} 2, & \text{wenn der gezogene Ball rot ist.} \\ 3, & \text{wenn der gezogene Ball weiß ist.} \end{cases}$$

Berechne den Erwartungswert von X .

⑦ Die von $f_1(x) = e^{\frac{x}{2}}$ und $f_2(x) = e^{-\frac{x}{2}}$ im Intervall $[0; 1]$ eingeschlossene Fläche rotiert um die x -Achse. Berechne das Rotationsvolumen.

⑧ Eine Parabel hat ihren Scheitel im Punkt $S = (-2 \mid -1)$ und verläuft durch den Punkt $M = (-4 \mid 0)$ sowie den Koordinatenursprung.

a) Bestimme die Gleichung der Leitlinie und den Brennpunkt F .

b) Bestimme die Gleichung der Tangente an die Parabel im Punkt $M = (-4 \mid 0)$.

Zeige, dass das Dreieck $\triangle FMN$ rechtwinklig und gleichschenkelig ist, wobei $N = (-2 \mid -2)$.

⑨ Die Funktion $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$ ist auf $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ definiert.

a) Führe eine vollständige Kurvendiskussion von f inklusive Skizze durch.

b) Berechne die Fläche zwischen dem Graphen, der x -Achse und der Geraden $x = 1$.

c) Skizziere ebenso die Funktion $f_1(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$.