

Mathematik macht Freu(n)de Kompetenzmaterialien

Dr. Lukas Riegler



LV-Block
11. Oktober 2019

Folien online verfügbar: mmf.univie.ac.at



Anforderungen für positive Absolvierung der Lehrveranstaltung:

- ① Anwesenheit bei den Lehrveranstaltungsblöcken
- ② Absolvierung eines schriftlichen Tests zum Schulstoff
- ③ Reflexionsbericht zu drei Lehrveranstaltungsblöcken
- ④ Reflexion in der Gruppe

Weitere Informationen

- ... gibt es seit März 2016.
- ... ist ein leidenschaftliches „Hobby-Projekt“.
- ... ist LehrerInnenbildung.
- ... führt verschiedene Problemfelder lösungsorientiert zusammen.
- ... hat 2018 über 1600 Jugendliche intensiv begleitet.
- ... erreicht mit seinen Materialien Schülerinnen und Schüler in ganz Österreich.
- ... verbindet Schule und Hochschule.



Angebote für SchülerInnen

- Intensiv-Studienclubs
- Mathematik-Olympiade
- Kompetenzmaterialien
- Náboj



- Lehrveranstaltung
- StEOP-Tutorien
- Kompetenzmaterialien
- Intensiv-Studienclubs (Coach)
- Vorkurs Mathematik
- Supervision



Vorkurs Mathematik 2019

Auffrischung des Schulstoffs als Vorbereitung für das Studium
(MINT-Fächer, Wirtschaftswissenschaften, u.a.)



Angebote für Lehrpersonen

- Fortbildungen
- Kompetenzmaterialien
- Newsletter
- Alumni-Verband



- Themenbereiche der Sekundarstufe II
 - Funktionen & Analysis
 - Diskrete Mathematik, Statistik & Stochastik
 - Algebra & Geometrie
- Orientierung an SRDP-Aufgaben
- Praxiserprobung
 - MmF-Förderformate
 - Schulunterricht
- Uneingeschränkter, kostenloser [Download](http://mmf.univie.ac.at/materialien)
mmf.univie.ac.at/materialien
- Creative Commons Lizenz

 Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung



- 52 Arbeitsblätter (AB)
- 4 Technologieblätter (TB)
- 5 Übungsblätter (UB)
- Unterrichtsgestaltung
- Ausarbeitungen
- Effizienz
- Weiterentwicklung



- 24 Kompetenzhefte (KH)
- Typischer Aufbau der Kompetenzhefte
 - SRDP-Aufgaben
 - Struktur, Erklärungen, zugehörige Materialien
 - Weitere Aufgabenstellungen
- Zielgruppen

MATHEMATIK MACHT FREU(N)DE

KH – STOCHASTIK I

KOMPETENZHEFT – STOCHASTIK I

INHALTSVERZEICHNIS

1. Aufgabenstellungen	1
2. Zufallsexperimente	3
3. Zufallsvariablen	6
4. Weitere Aufgabenstellungen	9



Kompetenzheft – Stochastik I



Potenzen mit natürlichen Exponenten



MATHEMATIK
macht
FREUNDE

Wir verwenden die Potenzschreibweise, um uns Schreibarbeit zu ersparen:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$$

Die Schreibweise a^9 ist praktischer als $a \cdot a \cdot a$.
Sprechweise: „ a hoch n “ oder manchmal die „ n -te Potenz von a “

Die Zahl a heißt **Basis**, die Zahl n heißt **Exponent**.

Schreibweisen



MATHEMATIK
macht
FREUNDE

Welche ganzen Zahlen verstecken sich hinter den folgenden Potenzen?

$2^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5^1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$1^5 = \underline{\hspace{2cm}}$

$0^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$(-1)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

Rechenregeln für Potenzen



MATHEMATIK
macht
FREUNDE

Kannst du erklären, weshalb diese Rechenregeln gelten?

Denke zum Beispiel an $n = 3$ und $m = 2$.

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Was kann ich verstehen?

Was soll ich lernen?





„Es ist, was es ist. Das muss ich lernen.“



„Das kann ich verstehen und erklären.“



„Hier soll ich aktiv werden.“



„Hier hilft mir Technologie beim Verstehen.“



„Hier kommt ein Kochrezept.“



„Diese Formel finde ich in der Formelsammlung.“



„In diese Falle tappe ich nicht.“



„Hier kann ich mich herausfordern.“



„Hier kann ich eine mathematische Idee nachvollziehen.“





„Es ist, was es ist. Das muss ich lernen.“

Winkelfunktionen

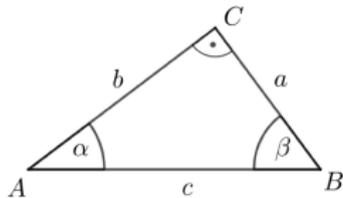


MATHEMATIK
macht
FREUDEN

Die Kathete a liegt gegenüber von α . Sie heißt deshalb **Gegenkathete von α** .

Die Kathete b liegt am Winkel α an. Sie heißt deshalb **Ankathete von α** .

Die **Winkelfunktionen Sinus, Cosinus** und **Tangens** ordnen jedem Winkel α mit $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ein Seitenverhältnis im rechtwinkligen Dreieck mit Winkel α zu:



$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

„Sinus von α “

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

„Cosinus von α “

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b}$$

„Tangens von α “

Arbeitsblatt – Ähnlichkeit und Winkelfunktionen





Funktion f	Ableitungsfunktion f'
$f(x) = k$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x^q$	$f'(x) = q \cdot x^{q-1}$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = \log_a(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$
$f(x) = \tan(x)$	$f'(x) = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

Ableitungsregeln

Faktorregel	$(k \cdot f)' = k \cdot f'$
Summenregel	$(f \pm g)' = f' \pm g'$
Produktregel	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
Quotientenregel	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$ mit $g(x) \neq 0$
Kettenregel	$h(x) = f(g(x)) \Rightarrow h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$



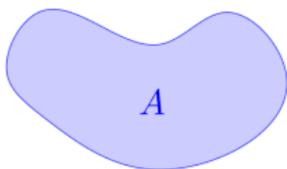


„Das kann ich verstehen und erklären.“

Kurvige Figuren und ihre Fläche



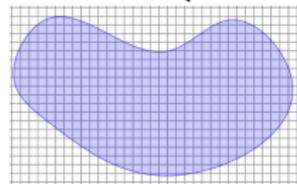
MATHEMATIK
macht
FREIZEIT



Wir interessieren uns für den Flächeninhalt A der links dargestellten Figur.

Die Formelsammlung hilft nicht.

Rechts haben wir ein Raster auf die Figur gelegt. Wie bringt uns das weiter?

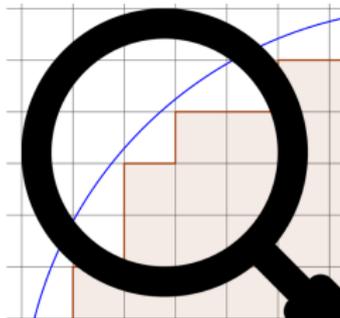


Unter der Lupe



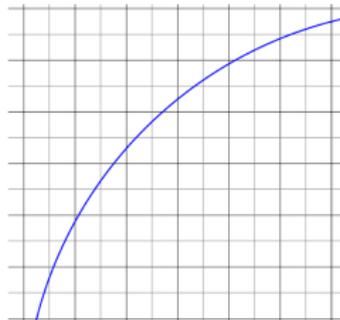
MATHEMATIK
macht
FREIZEIT

In den folgenden Bildern liegt immer derselbe Kreisabschnitt unter der Lupe:



Links siehst du ein grobes Raster. Wir haben die Quadrate für die Berechnung der Untersumme markiert.

Rechts ist das Raster verfeinert. Markiere die Quadrate, die wir in diesem feineren Raster zur Berechnung der Untersumme verwenden.



Die Untersumme im feineren Raster ist _____ als die Untersumme im groben Raster.

Arbeitsblatt – Kulturtechnik Integration





„Das kann ich verstehen und erklären.“

Minus mal minus



MATHEMATIK

masilit

FRÜHJAHRE

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(x) = (x - 1)^2 - 4.$$

An welcher Stelle x hat die Funktion ihren *kleinsten* Funktionswert? Wie groß ist dieser Funktionswert?





„Hier soll ich aktiv werden.“

Quadratur des Kreises?!

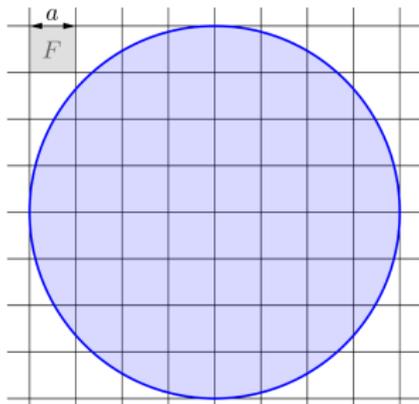


MATHEMATIK
FREIZEIT
FREUNDE

Wir beginnen mit etwas Vertrautem, nämlich dem Kreis.

Die Seitenlänge a eines einzelnen Quadrats im quadratischen Raster unten ist $a =$ _____ cm.

Der Flächeninhalt F eines einzelnen Quadrats im Raster ist $F =$ _____ cm^2 .



Die Quadrate im Raster, die vollständig in der Kreisfläche enthalten sind, bilden eine Rechtecksfigur mit Flächeninhalt U .

$$U = \text{_____} \cdot F = \text{_____} \text{ cm}^2$$

U steht für **Untersumme**.

Die Quadrate im Raster, die mit der Kreisfläche zumindest teilweise überlappen, bilden eine Rechtecksfigur mit Flächeninhalt O .

$$O = \text{_____} \cdot F = \text{_____} \text{ cm}^2$$

O steht für **Obersumme**.

Der Flächeninhalt A des Kreises liegt irgendwo zwischen der Untersumme und der Obersumme:

$$\text{_____} \leq A \leq \text{_____}$$

Wie könntest du die Abschätzungen verbessern?





„Hier soll ich aktiv werden.“

Quadratur des Kreises?!

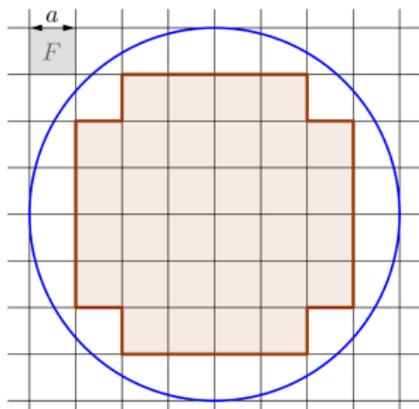


MATHEMATIK
macht
FREUNDE

Wir beginnen mit etwas Vertrautem, nämlich dem Kreis.

Die Seitenlänge a eines einzelnen Quadrats im quadratischen Raster unten ist $a =$ _____ cm.

Der Flächeninhalt F eines einzelnen Quadrats im Raster ist $F =$ _____ cm².



Die Quadrate im Raster, die vollständig in der Kreisfläche enthalten sind, bilden eine Rechtecksfigur mit Flächeninhalt U .

$$U = 32 \cdot F = \text{_____ cm}^2$$

U steht für **Untersumme**.

Die Quadrate im Raster, die mit der Kreisfläche zumindest teilweise überlappen, bilden eine Rechtecksfigur mit Flächeninhalt O .

$$O = 60 \cdot F = \text{_____ cm}^2$$

O steht für **Obersumme**.

Der Flächeninhalt A des Kreises liegt irgendwo zwischen der Untersumme und der Obersumme:

$$U \leq A \leq O$$

Wie könntest du die Abschätzungen verbessern?





„Hier soll ich aktiv werden.“

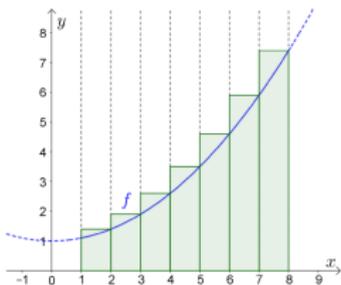
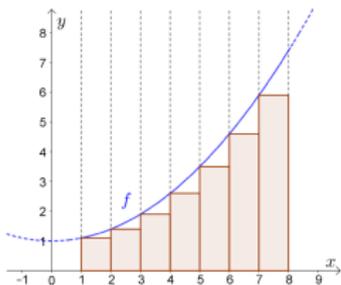
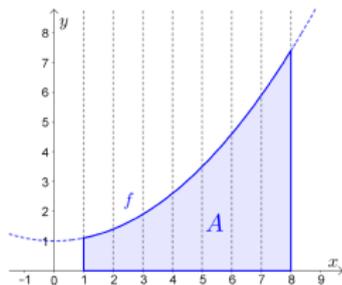


Unten siehst du den Graphen von $f(x) = 0,1 \cdot x^2 + 1$.

Wir wollen den Flächeninhalt A zwischen dem Graphen und der x -Achse im Intervall $[1; 8]$ abschätzen.

Dazu zerschneiden wir die Fläche in 7 gleich breite Streifen.

Den Flächeninhalt eines jeden Streifens schätzen wir mit Rechtecken nach unten und nach oben ab.



Wie groß ist der Flächeninhalt A also mindestens? Wie groß ist der Flächeninhalt A also höchstens?

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$								

$$\underline{\hspace{10em}} \leq A \leq \underline{\hspace{10em}}$$





„Hier soll ich aktiv werden.“

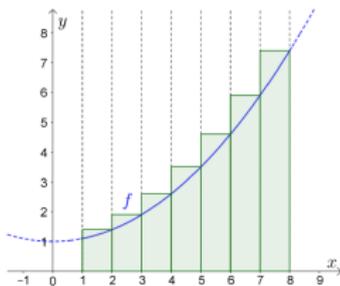
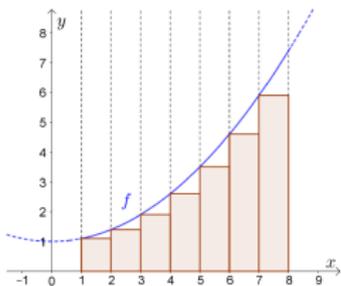
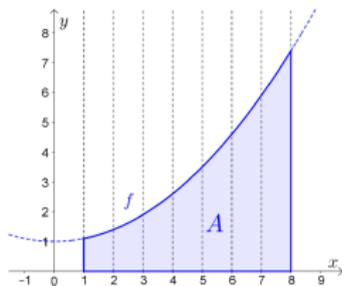


Unten siehst du den Graphen von $f(x) = 0,1 \cdot x^2 + 1$.

Wir wollen den Flächeninhalt A zwischen dem Graphen und der x -Achse im Intervall $[1; 8]$ abschätzen.

Dazu zerschneiden wir die Fläche in 7 gleich breite Streifen.

Den Flächeninhalt eines jeden Streifens schätzen wir mit Rechtecken nach unten und nach oben ab.



Wie groß ist der Flächeninhalt A also mindestens? Wie groß ist der Flächeninhalt A also höchstens?

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1,1	1,4	1,9	2,6	3,5	4,6	5,9	7,4

$$1,1 \cdot 1 + 1,4 \cdot 1 + \dots + 5,9 \cdot 1 = 21 \leq A \leq 27,3 = 1,4 \cdot 1 + 1,9 \cdot 1 + \dots + 7,4 \cdot 1$$





„Hier soll ich aktiv werden.“

Skalarprodukt und Winkel



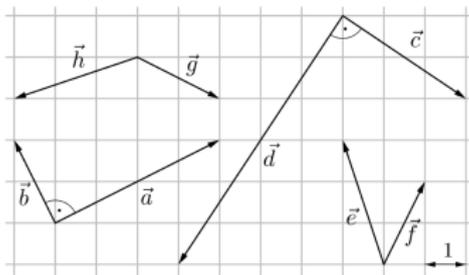
MATHEMATIK
LERNST
FREUENDE

$$\vec{a} \cdot \vec{b} =$$

$$\vec{c} \cdot \vec{d} =$$

$$\vec{e} \cdot \vec{f} =$$

$$\vec{g} \cdot \vec{h} =$$



Zwischen dem Skalarprodukt zweier Vektoren und dem eingeschlossenen Winkel gibt es einen Zusammenhang. Hast du eine Idee?

Arbeitsblatt – Vektorrechnung in der Ebene





„Hier soll ich aktiv werden.“

Skalarprodukt und Winkel



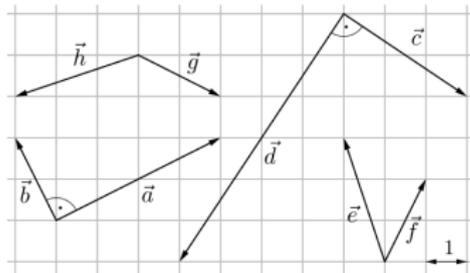
MATHEMATIK
LERNEN
FREUDLICH

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = -4 + 4 = 0$$

$$\vec{c} \cdot \vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = -12 + 12 = 0$$

$$\vec{e} \cdot \vec{f} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = -1 + 6 = 5$$

$$\vec{g} \cdot \vec{h} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = -6 + 1 = -5$$



Zwischen dem Skalarprodukt zweier Vektoren und dem eingeschlossenen Winkel gibt es einen Zusammenhang. Hast du eine Idee?

Arbeitsblatt – Vektorrechnung in der Ebene





„Hier hilft mir Technologie beim Verstehen.“

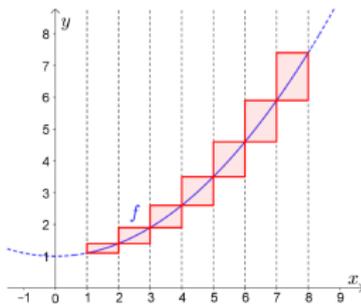
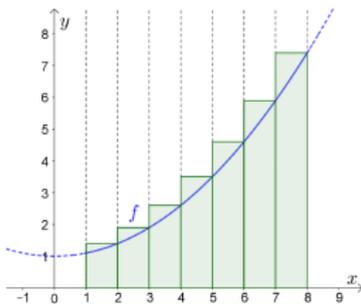
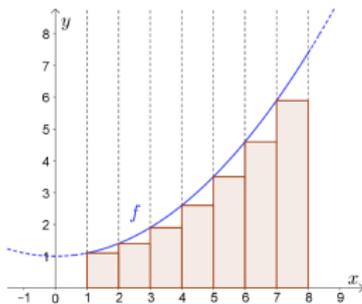
Verfeinerung



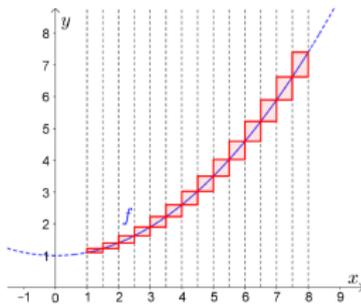
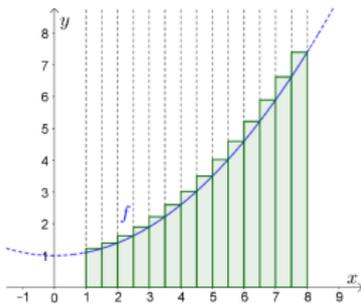
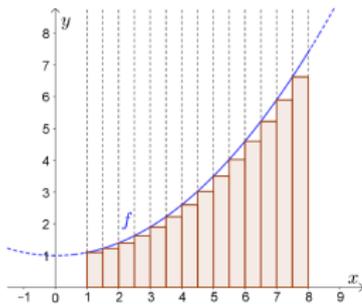
MATHEMATIK
LERNEN
FREUDIG

Die **Untersumme** im linken Bild ist $U = 21$. Die **Obersumme** im mittleren Bild ist $O = 27,3$.

Die Gesamtfläche der gefärbten „Fehlerrechtecke“ im rechten Bild ist $E =$ _____ . Error



Wir verfeinern die Zerlegung, indem wir die Breite aller Rechtecke halbieren:

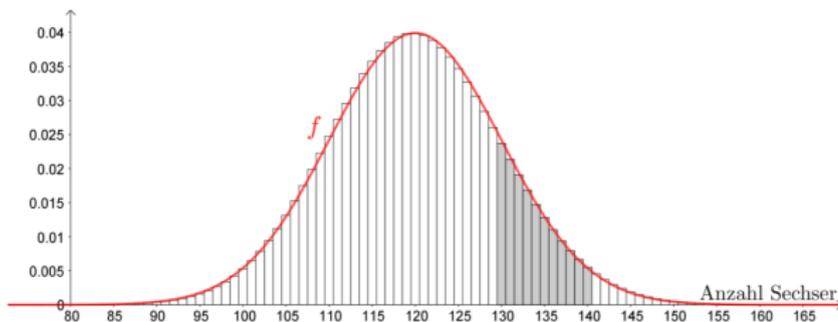


Ob wir wohl den Gesamtfehler beliebig klein machen können?





Bei $n = 720$ Würfeln nimmt das Säulendiagramm von S_{720} die folgende Form an:



Animationen:
y-Achse variabel skaliert

y-Achse fix skaliert

Der Flächeninhalt des grau markierten Bereichs ist die Wahrscheinlichkeit $P(\text{_____} \leq S_{720} \leq \text{_____})$.

Wir haben auch den Graphen einer ganz bestimmten Funktion f eingezeichnet.

Dieser Graph schmiegt sich an das glockenförmige Profil des Säulendiagramms an.

Wie würdest du mithilfe von f diese Wahrscheinlichkeit näherungsweise berechnen?

$$P(130 \leq S_{720} \leq 140) \approx$$





Wir können Quartile q_1 , q_2 und q_3 einer aufsteigend sortierten Listen wie folgt berechnen:

- 1) Für q_2 verwenden wir den Median der Werte.
- 2) Dann teilen wir die Liste in zwei gleich große Teillisten wie folgt:
 - Ist n **gerade**, dann teilen wir die Liste in der Mitte auf.



- Ist n **ungerade**, dann teilen wir die Liste so auf, dass auch beide Teillisten eine *ungerade* Anzahl an Werten enthalten.

Dafür musst du den mittleren Wert entweder zu beiden Teillisten dazunehmen oder jeweils *nicht* dazunehmen.



- 3) q_1 ist der Median der linken Teilliste.
 q_3 ist der Median der rechten Teilliste.

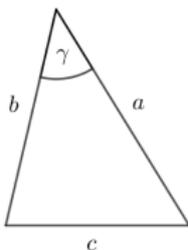
Cosinussatz



Cosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$

Merke: „Pythagoras mit Korrekturterm -2 mal Seite mal Seite mal Cosinus von eingeschlossenem Winkel.“

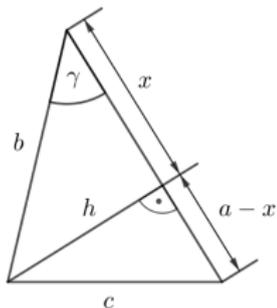
Erklärung: Die eingezeichnete Höhe teilt das Dreieck in zwei rechtwinklige Dreiecke.
Führe die folgenden 4 Schritte durch:



Spezialfall: $\gamma = 90^\circ$

$\Rightarrow \cos(\gamma) = \underline{\hspace{2cm}}$

$\Rightarrow c^2 = \underline{\hspace{2cm}}$



$c^2 =$	<input type="text"/>	$=$	(Pythagoras: Unteres Dreieck)
$=$	<input type="text"/>	$=$	(Binomische Formel)
$=$	<input type="text"/>	$=$	(Pythagoras: Oberes Dreieck)
$=$	<input type="text"/>	$=$	(Cosinus: Oberes Dreieck)





„In diese Falle tappe ich nicht.“

Schnittpunkt mit senkrechter Achse



MATHEMATIK
macht
FREUENDE

Rechts ist der Graph der linearen Funktion h mit

$$h(x) = k \cdot x + d$$

für $x \geq 2$ dargestellt. Ermittle d .



Warum gelten die folgenden Ableitungsregeln?

$$\bullet a(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} \implies a'(x) = (-1) \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\bullet b(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2} \implies b'(x) = (-2) \cdot x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

$$\bullet c(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \implies c'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$$

$$\bullet d(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} \implies d'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$$

$$\text{Hinweis: } (a - b) \cdot (a^2 + a \cdot b + b^2) = a^3 - b^3$$



„Hier kann ich eine math. Idee nachvollziehen.“

- Es gibt unendlich viele Primzahlen.
- $\sqrt{2}$ ist eine irrationale Zahl.
- Die Zahlenmengen \mathbb{N} , \mathbb{Z} und \mathbb{Q} sind gleich mächtig.
- Die Zahlenmengen \mathbb{N} und \mathbb{R} sind *nicht* gleich mächtig.
- Die Winkelsumme im n -Eck ist $(n - 2) \cdot 180^\circ$.
- Satz von Thales
- Peripheriewinkelsatz
- RSA-Verfahren
-



Funktionen & Analysis

- Lineare Funktionen
- Quadratische Funktionen & Polynomfunktionen
- Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Differentialrechnung
- Integralrechnung
- Funktionen & Eigenschaften

Diskrete Mathematik, Statistik & Stochastik

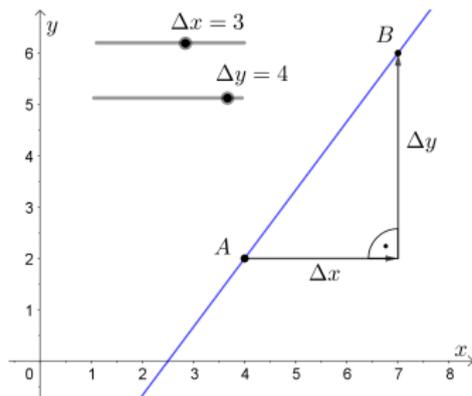
- Folgen und Reihen
- Statistik
- Finanzmathematik
- Wahrscheinlichkeitsrechnung

Algebra & Geometrie

- Termrechnung
- Trigonometrie
- Vektorrechnung & Komplexe Zahlen

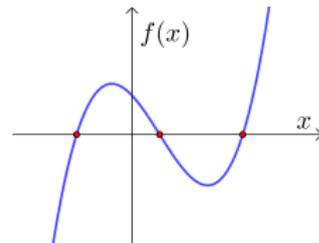
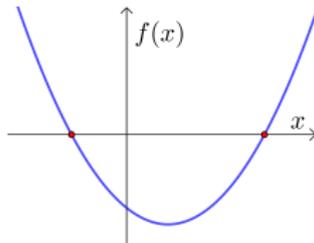
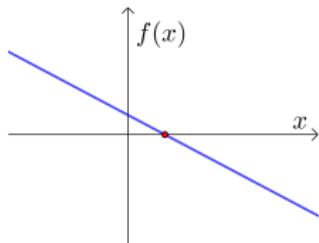
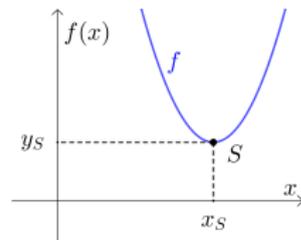


- KH – Lineare Funktionen
- AB – Geradengleichungen
- AB – Lineare Funktionen
- AB – Steigungsmessung von Geraden



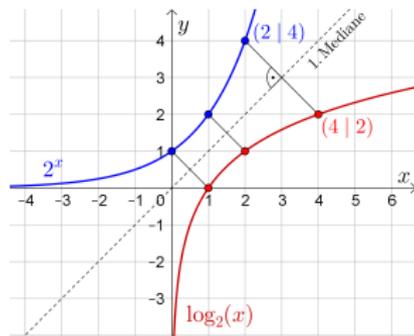
Quadratische Funktionen & Polynomfunktionen

- KH – Quadratische Funktionen
- AB – Quadratische Funktionen
- AB – Quadratische Gleichungen
- AB – Linearfaktoren
- AB – Polynomfunktionen



Exponential- und Logarithmusfunktionen

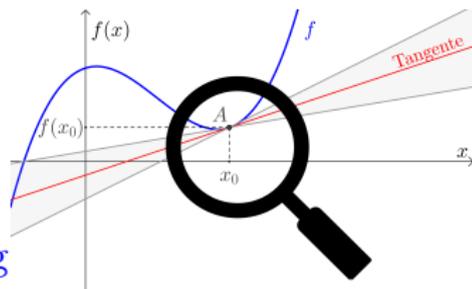
- KH – Exponential- und Logarithmusfunktionen
- AB – Exponentialfunktionen
- AB – Logarithmusfunktionen



14

N.	L.	o	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
600	7782	7782	7783	7784	7784		7785	7786	7787	7787	7788	
601	7789	7789	7790	7791	7792		7792	7793	7794	7795	7795	
602	7796	7797	7797	7798	7799		7800	7800	7801	7802	7802	
603	7803	7804	7805	7805	7806		7807	7807	7808	7809	7810	
604	7810	7811	7812	7813	7813		7814	7815	7815	7816	7817	
605	7818	7818	7819	7820	7820		7821	7822	7823	7823	7824	
606	7825	7825	7826	7827	7828		7828	7829	7830	7830	7831	
607	7832	7833	7833	7834	7835		7835	7836	7837	7838	7838	
608	7839	7840	7840	7841	7842		7843	7843	7844	7845	7845	
609	7846	7847	7848	7848	7849		7850	7850	7851	7852	7853	
610	7853	7854	7855	7855	7856		7857	7858	7858	7859	7860	
611	7860	7861	7862	7863	7863		7864	7865	7865	7866	7867	
612	7868	7868	7869	7870	7870		7871	7872	7872	7873	7874	
613	7875	7875	7876	7877	7877		7878	7879	7880	7880	7881	

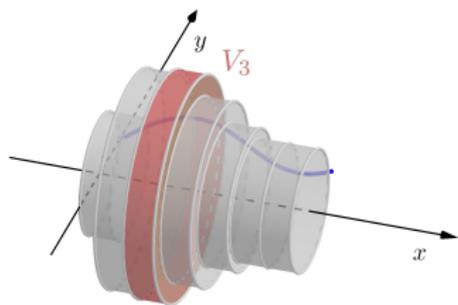
- KH – Differenzieren I
- KH – Differenzieren II
- KH – Stammfunktionen
- AB – Ableitungen höherer Ordnung
- AB – Differentialquotient
- AB – Funktionen in mehreren Variablen
- AB – Mittelwertsatz der Differentialrechnung
- AB – Newtonsches Näherungsverfahren
- AB – Optimierungsaufgaben
- AB – Stammfunktionen
- TB – Kurvenuntersuchungen
- TB – Umgekehrte Kurvenuntersuchungen



In Planung:

- KH – Differentialgleichungen

- KH – Integrieren I
- KH – Integrieren II
- KH – Integrieren III
- AB – Bestimmtes Integral
- AB – Bogenlänge
- AB – Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
- AB – Kulturtechnik Integration
- AB – Mittelwertsatz der Integralrechnung
- AB – Physikalische Anwendungen der Diff.- und Int.rechnung
- AB – Rotationsvolumen

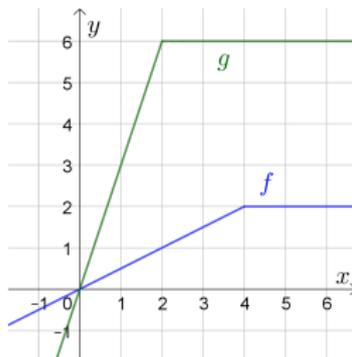
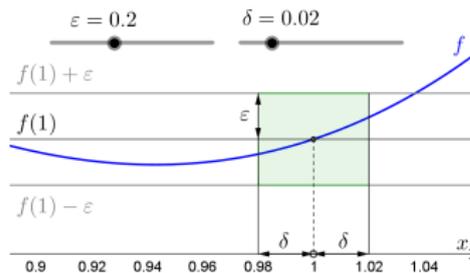
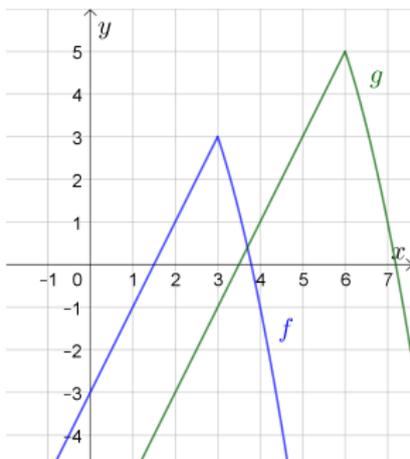


In Planung:

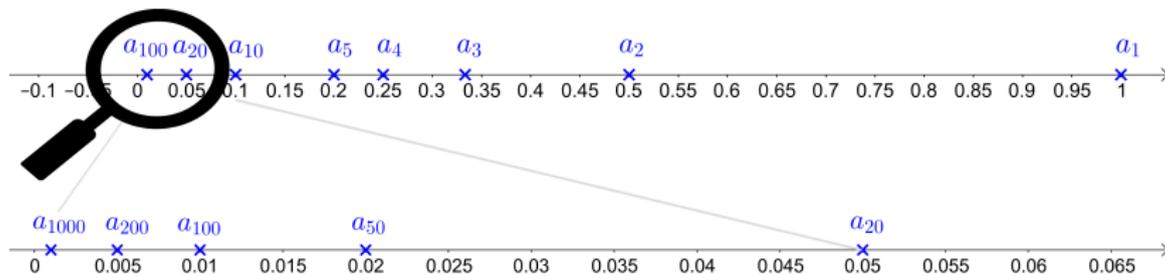
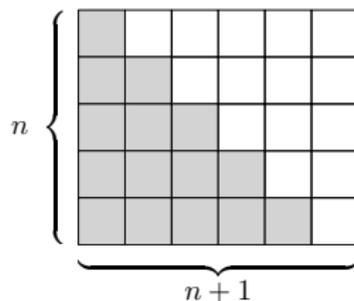
- KH – Differentialgleichungen

Funktionen

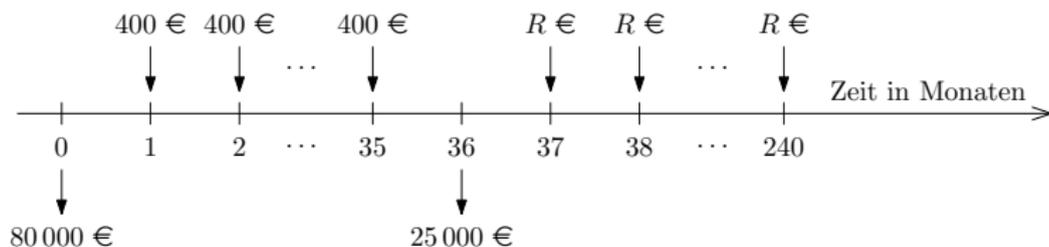
- AB – Funktionen
- AB – Funktionsgraphen
- AB – Stetigkeit



- KH – Folgen und Reihen
- KH – Grenzwerte
- AB – Grenzwerte



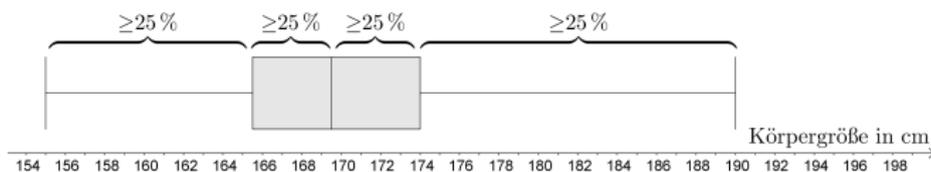
- KH – Finanzmathematik I



In Planung:

- KH – Finanzmathematik II (Kosten- und Preistheorie)

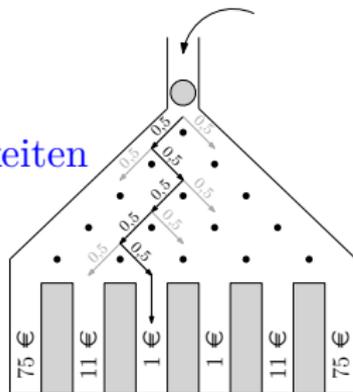
- KH – Statistik I
- AB – Interpolation und Regression
- AB – Relative Häufigkeiten und Baumdiagramme
- AB – Statistische Kenngrößen und Boxplot
- TB – Regression



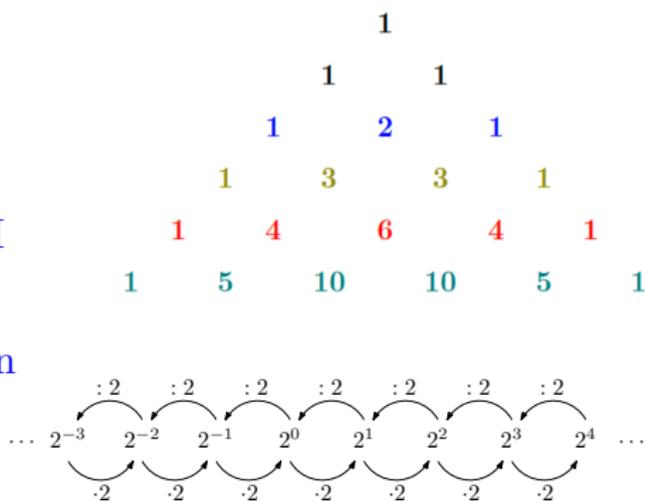
In Planung:

- KH – Statistik II
(Interpolation, Regression, Konfidenzintervalle)

- KH – Kombinatorik
- KH – Stochastik I
- KH – Stochastik II
- KH – Stochastik III
- AB – Baumdiagramme und Wahrscheinlichkeiten
- AB – Binomialverteilung
- AB – Kombinatorik
- AB – Laplace-Experimente
- AB – Normalverteilung
- AB – Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeitsräume
- AB – Zufallsvariablen
- TB – Zufallsstrebereiche und Konfidenzintervalle



- KH – Termrechnung
- AB – Pascalsches Dreieck I
- AB – Pascalsches Dreieck II
- AB – Polynomdivision
- AB – Potenzen und Wurzeln
- UB – Bruchgleichungen
- UB – Bruchrechnung
- UB – Exponential- und Logarithmusgleichungen
- UB – Quadratische Gleichungen
- UB – Wurzelgleichungen

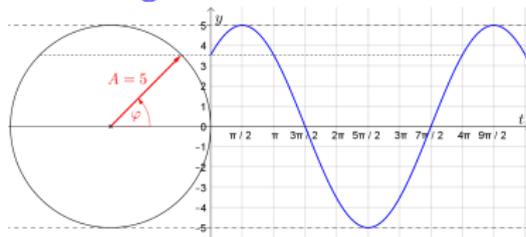
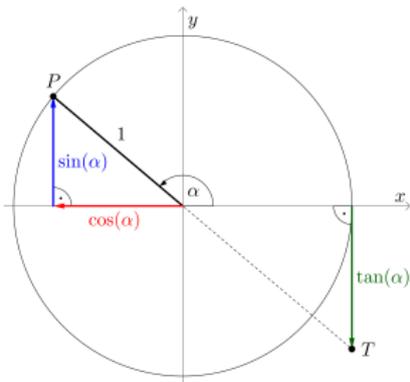


In Planung:

- AB – Ungleichungen und Beträge

Trigonometrie

- KH – Trigonometrie I
- KH – Trigonometrie II
- KH – Trigonometrie III
- AB – Ähnlichkeit und Winkelfunktionen
- AB – Allgemeines Dreieck
- AB – Dreieckskonstruktionen
- AB – Graphen der Winkelfunktionen
- AB – Strahlensatz
- AB – Sommensätze für Winkelfunktionen
- AB – Winkelfunktionen am Einheitskreis
- AB – Winkelmessung

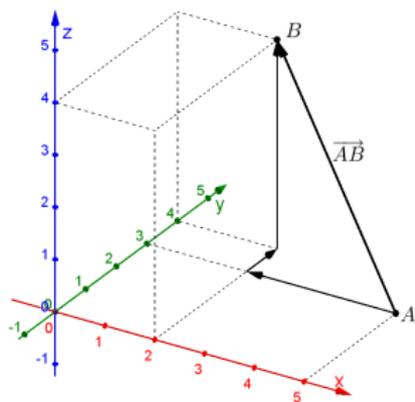
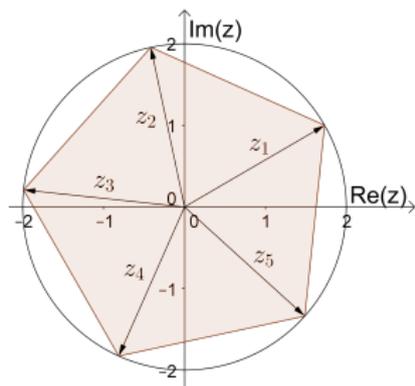


11	9657490
10	9666746
9	9666001
8	9665255
7	9664508
6	9663761
5	9663012
4	9662263
3	9661513
2	9660762
1	9660011
0	9659258
75	

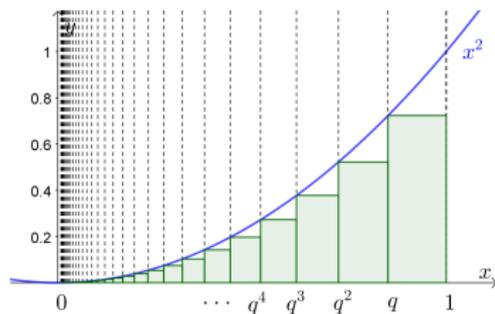
- KH – Komplexe Zahlen
- KH – Vektorrechnung in der Ebene
- KH – Vektorrechnung im Raum
- AB – Komplexe Zahlen
- AB – Vektorrechnung in der Ebene
- AB – Vektorrechnung im Raum

In Planung:

- AB – Parameterdarstellungen



- AB – Integrieren wie Fermat
- AB – Natürlicher Logarithmus
- AS – Calculus
- AS – Fermirechnungen und Abschätzungen
- AS – Hyperbolische Winkelfunktionen
- AS – Lineare Funktionen
- AS – Prozentrechnen
- GeoGebra-Kompodium
- Karl Rosenberg: Analytische Geometrie der Ebene
- Karl Rosenberg: Arithmetik und Algebra
- Karl Rosenberg: Differential- und Integralrechnung





Vielen herzlichen Dank für das Interesse!

Projekt-Website: mmf.univie.ac.at

E-Mail: lukas.riegler@univie.ac.at

