So viel Rechnen muss sein

Vorkurs 2021

Folien online verfügbar: https://mmf.univie.ac.at/vorkurs

Überblick zu den Materialien

- AS – So viel Rechnen muss sein – 9. Schulstufe
- AS – So viel Rechnen muss sein – 10. Schulstufe
- AS – So viel Rechnen muss sein – 11. Schulstufe
- AS – So viel Rechnen muss sein – 12. Schulstufe

Insgesamt 200 Aufgaben zu den folgenden Themen:

- Rechnen mit ganzen Zahlen
- Bruchrechnung, Prozentrechnung & Überschlagsrechnung
- Zehnerpotenzen, Gleitkommadarstellung & Einheitenvorsilben
- Potenzen mit ganzzahligen Exponenten, Quadratwurzeln & Kubikwurzeln
- Rechnen mit Termen
- Gleichungen & Formeln
- Proportionalität
- Geradengleichungen & Lineare Funktionen
- Lineare Gleichungssysteme
- Geometrie in der Ebene
- Geometrie im Raum
- Quadratische Gleichungen & Funktionen
- Trigonometrie
- Vektorrechnung & Analytische Geometrie in der Ebene

6.13. Forme nach der angegebenen Variable um.

Bei allen auftretenden Brüchen sind alle Variablen positiv.

a) Gravitationsgesetz

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad m_1 = ?$$

b) Impulserhaltungssatz

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \qquad m_2 = ?$$

c) ☆ Harmonische Schwingung (Periodendauer)

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \qquad D = ?$$

d) Parallelschaltung von Widerständen

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad R_1 = ?$$

e) Coulombsches Gesetz

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \qquad r = ?$$

f) ☆ Spannungsteiler

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad R_1 = ?$$

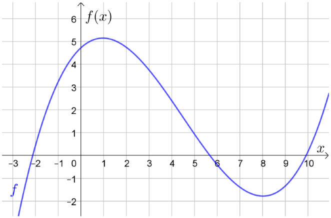
Insgesamt 151 Aufgaben zu den folgenden Themen:

- Ungleichungen
- Funktionen & Umkehrfunktionen
- Potenzen, Wurzeln & Polynomfunktionen
- Exponentialfunktionen & Logarithmusfunktionen
- Winkelfunktionen
- Statistik
- Folgen & Reihen
- Kombinatorik
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Vektorrechnung & Analytische Geometrie im Raum

1.5. Das Vorzeichen von $h(x) = x^2 + 2 \cdot x - 15$ hängt von x ab.

1) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $h(x) = 0$?
2) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $h(x) > 0$?
3) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $h(x) < 0$?

2.21. In der untenstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion f dargestellt.
Auf welchen der folgenden Intervalle hat die Funktion f eine Umkehrfunktion?
Kreuze die beiden zutreffenden Intervalle an.



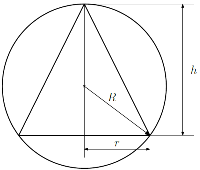
$[-2;2]$	☐
$[2;6]$	☐
$[6;9]$	☐
$[0;4]$	☐
$[-2;0]$	☐

Insgesamt 49 Aufgaben zu den folgenden Themen:

- Mittlere Änderungsrate & Lokale Änderungsrate
- Ableitungsregeln
- Kurvenuntersuchungen
- Umgekehrte Kurvenuntersuchungen
- Optimierungsaufgaben
- Zufallsvariablen & Binomialverteilung

5.3. Einer Kugel mit Radius $R = 3\,\text{cm}$ werden – wie im Querschnitt dargestellt – Drehkegel eingeschrieben.

Der Radius r des Drehkegels und sein Volumen V hängen von seiner Höhe h ab.



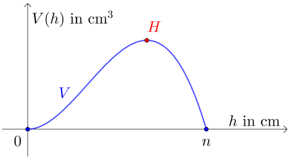
Für das Volumen des Drehkegels gilt:

$$V(h) = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (6 \cdot h - h^2)$$

$h \ldots$ Höhe des Drehkegels in cm

$V(h) \ldots$ Volumen dieses Drehkegels in cm^3

Das Volumen des Drehkegels soll so groß wie möglich sein.



Der Graph der Funktion V ist links dargestellt.

1) Berechne die positive Nullstelle n der Funktion V.

2) Berechne die 1. Koordinate des eingezeichneten Hochpunkts H.

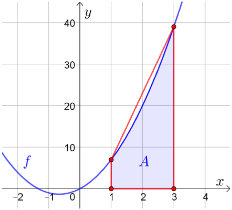
3) Welchen Radius hat also der Drehkegel mit maximalem Volumen?
Kreuze den richtigen Radius an.

☐ $\sqrt{5}$ cm ☐ $\sqrt{6}$ cm ☐ $\sqrt{7}$ cm ☐ $\sqrt{8}$ cm ☐ $\sqrt{9}$ cm

Insgesamt 45 Aufgaben zu den folgenden Themen:

- Stammfunktionen
- Untersummen, Obersummen & Bestimmtes Integral
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
- Flächeninhalte zwischen Funktionsgraphen
- Normalverteilung

3.2. Der Graph der Funktion f mit $f(x) = 3 \cdot x^2 + 4 \cdot x$ ist dargestellt.



Für den Inhalt der links markierten Fläche gilt: $A = \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$

1) Diese Fläche wird durch das eingezeichnete Trapez angenähert.
Berechne den Flächeninhalt T des Trapezes.

2) Berechne den Flächeninhalt A.

3) Um wie viel Prozent ist T ungefähr größer als A?
Schätze das Ergebnis mit einer Überschlagsrechnung ab und kreuze an.

☐ $\approx 1\,\%$ ☐ $\approx 5\,\%$ ☐ $\approx 10\,\%$ ☐ $\approx 15\,\%$ ☐ $\approx 20\,\%$