

# Integralrechnung



Vorkurs 2019

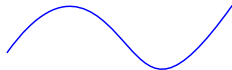


Folien online verfügbar: [mmf.univie.ac.at/vorkurs](http://mmf.univie.ac.at/vorkurs)

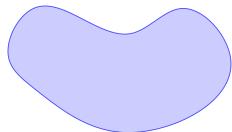


Was haben die 3 folgenden Probleme gemeinsam?

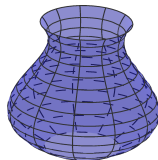
① Länge der Kurve ermitteln:



② Flächeninhalt der Figur ermitteln:

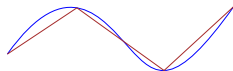


③ Volumen der Vase ermitteln:

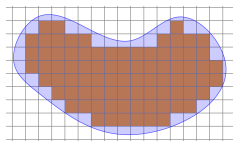


Wir nähern uns der Lösung mit einfacheren Objekte an:

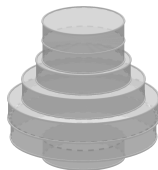
① Annäherung durch Streckenzüge:



② Annäherung durch Quadrate:



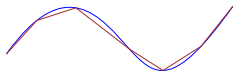
③ Annäherung durch Drehzylinder:



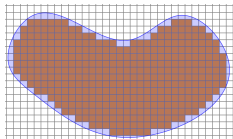
Wie können wir die Annäherung verbessern?

Je feiner die Zerlegung, desto besser ist die Annäherung:

① Streckenzüge verfeinern:



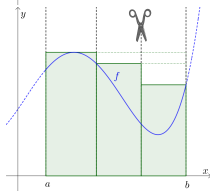
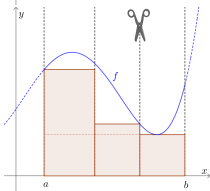
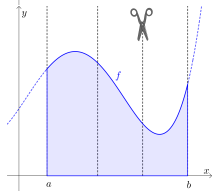
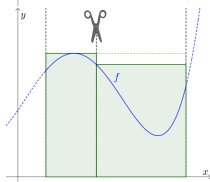
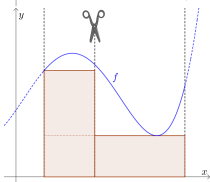
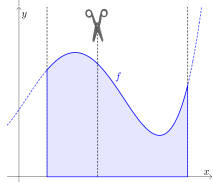
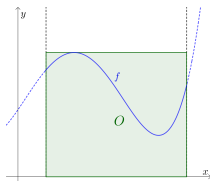
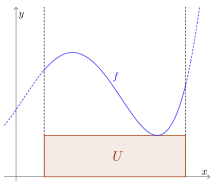
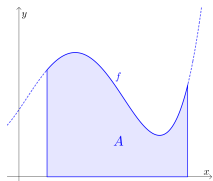
② Raster verfeinern:



③ Höhe der Drehzylinder verfeinern:

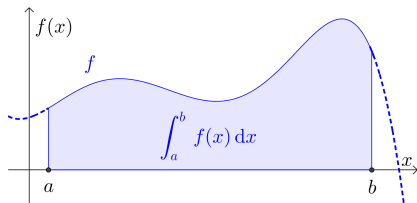


# Untersummen & Obersummen bei Funktionsgraphen

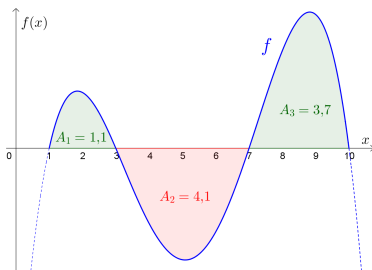


# Das bestimmte Integral

Was ist das **bestimmte Integral** von  $f$  im Intervall  $[a, b]$ ?



Was ist ein **orientierter Flächeninhalt**?

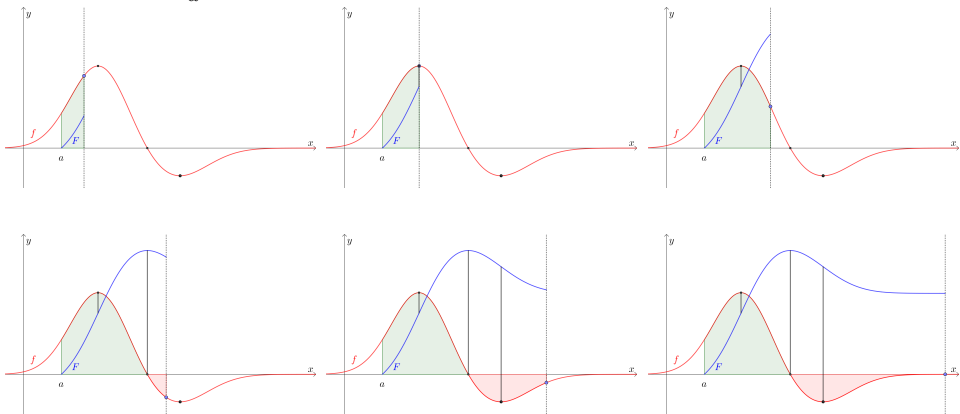


$$\int_1^{10} f(x) dx = ?$$

AB – Bestimmtes Integral

# Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

$F(x) = \int_a^x f(t) dt$  ist eine **Stammfunktion** von  $f$ .  $F'(x) = f(x)$



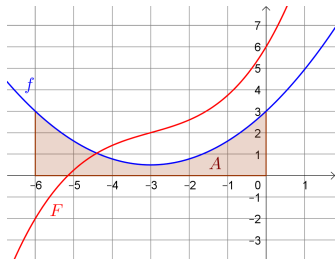
AB – Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

# Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

$F(x) = \int_a^x f(t) dt$  ist eine **Stammfunktion** von  $f$ .  $F'(x) = f(x)$

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(t) dt$$

Beispiel:



$F$  ist eine Stammfunktion von  $f$ .

$$\int_{-6}^0 f(t) dt = ?$$

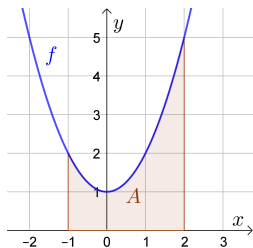


# Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

$F(x) = \int_a^x f(t) dt$  ist eine **Stammfunktion** von  $f$ .  $F'(x) = f(x)$

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(t) dt$$

Beispiel:  $f(x) = x^2 + 1$

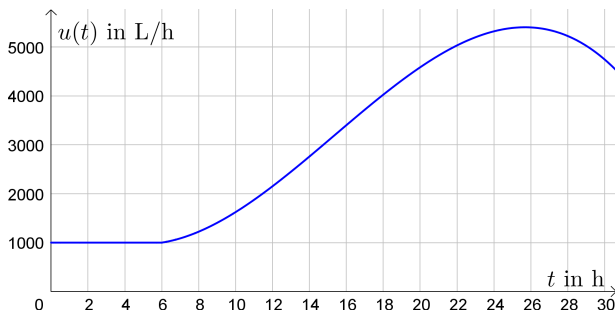


$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^2 f(x) dx = \underbrace{\frac{x^3}{3} + x}_{=F(x)} \Big|_{-1}^2 = \\ &= F(2) - F(-1) = \frac{14}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = 6 \end{aligned}$$

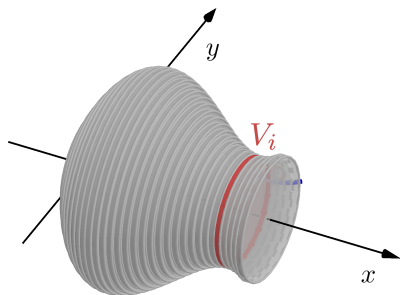
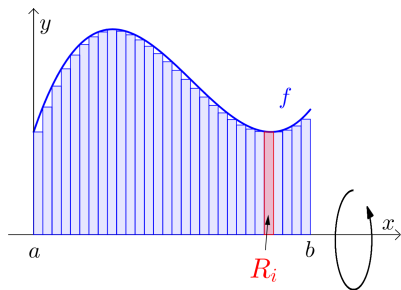
# Physikalische Anwendungen

Durch ein Abflussrohr fließt Wasser ab.

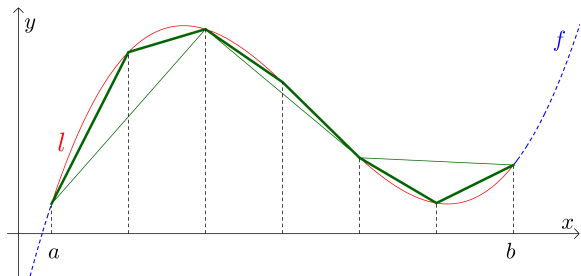
$u(t)$  ... Abflussrate in L/h zum Zeitpunkt  $t$  in h



- Wie viel Wasser ist im Zeitraum  $[0 \text{ h}, 6 \text{ h}]$  abgeflossen?
- Wie können wir die Abflussmenge im Zeitraum  $[0 \text{ h}, 24 \text{ h}]$  ermitteln?



$$\text{Volumen } V = \int_a^b f(x)^2 \cdot \pi \, dx$$



$$\text{Bogenlänge } l = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} \, dx$$

# Überblick zu den Kompetenzmaterialien

- Paket 1 { KH – Integrieren I  
AB – Kulturtechnik Integration  
AB – Bestimmtes Integral
- Paket 2 { KH – Integrieren II  
AB – Hauptsatz der Diff.- und Int.rechnung  
AB – Physikalische Anwendungen
- Paket 3 { KH – Integrieren III  
AB – Rotationsvolumen  
AB – Bogenlänge  
AB – Mittelwertsatz der Integralrechnung

Kompetenzmaterialien online verfügbar: [mmf.univie.ac.at/materialien](http://mmf.univie.ac.at/materialien)

