

Integralrechnung



Vorkurs 2019



Folien online verfügbar: mmf.univie.ac.at/vorkurs

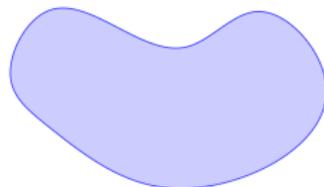


Was haben die 3 folgenden Probleme gemeinsam?

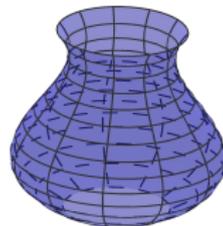
① Länge der Kurve ermitteln:



② Flächeninhalt der Figur ermitteln:

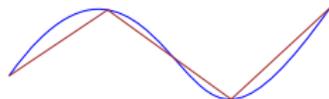


③ Volumen der Vase ermitteln:

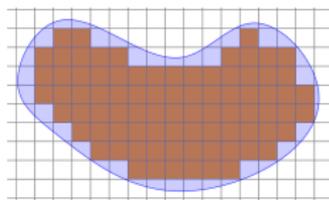


Wir nähern uns der Lösung mit einfacheren Objekte an:

① Annäherung durch Streckenzüge:



② Annäherung durch Quadrate:



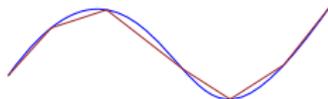
③ Annäherung durch Drehzylinder:



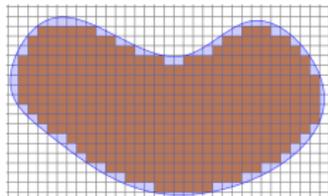
Wie können wir die Annäherung verbessern?

Je feiner die Zerlegung, desto besser ist die Annäherung:

① Streckenzüge verfeinern:



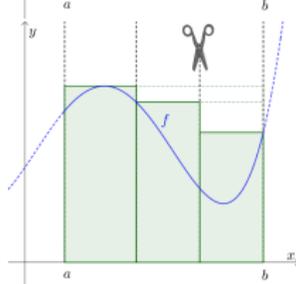
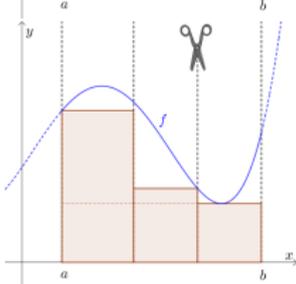
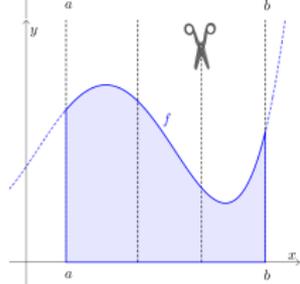
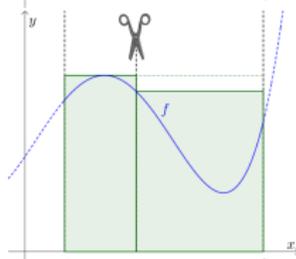
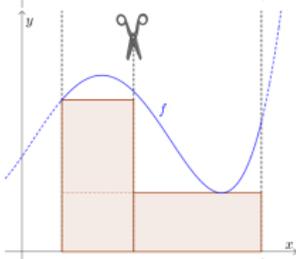
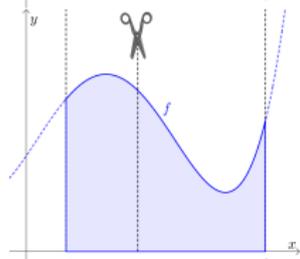
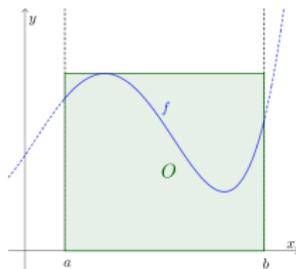
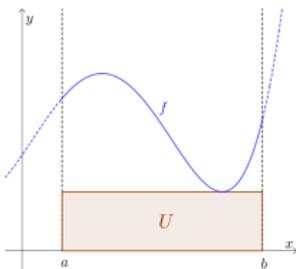
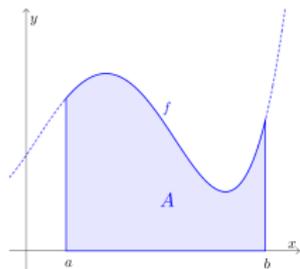
② Raster verfeinern:



③ Höhe der Drehzylinder verfeinern:

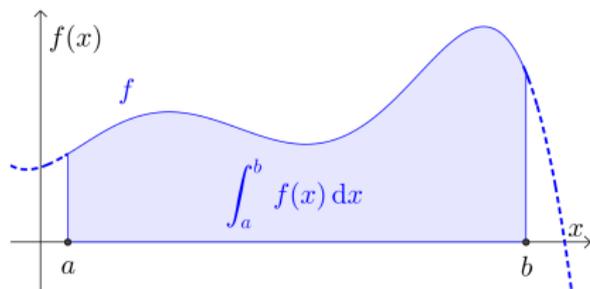


Untersummen & Obersummen bei Funktionsgraphen

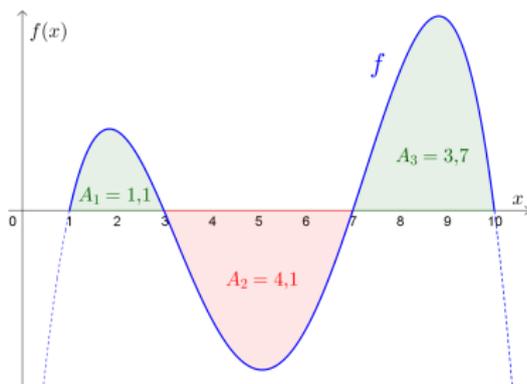


Das bestimmte Integral

Was ist das **bestimmte Integral** von f im Intervall $[a, b]$?



Was ist ein **orientierter Flächeninhalt**?

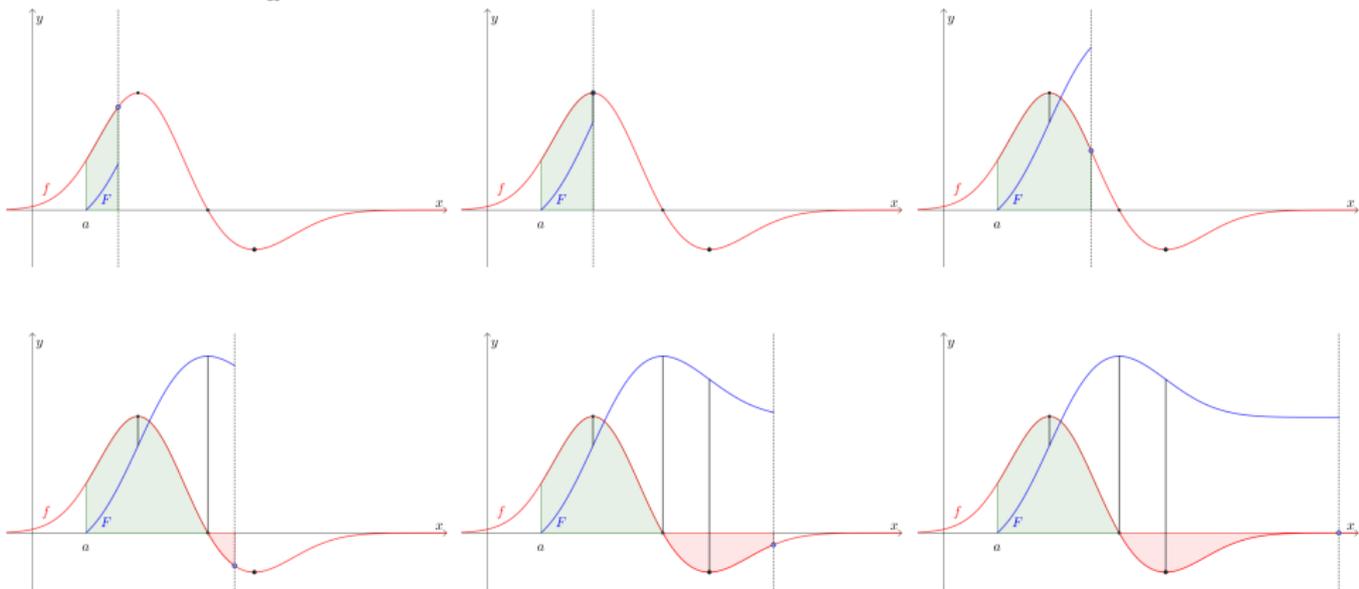


$$\int_1^{10} f(x) dx = ?$$

AB – Bestimmtes Integral

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

$F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ist eine **Stammfunktion** von f . $F'(x) = f(x)$

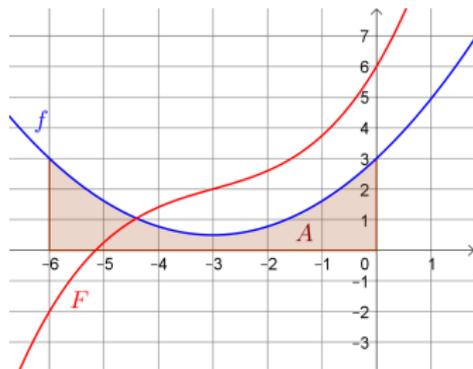


Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

$F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ist eine **Stammfunktion** von f . $F'(x) = f(x)$

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(t) dt$$

Beispiel:



F ist eine Stammfunktion von f .

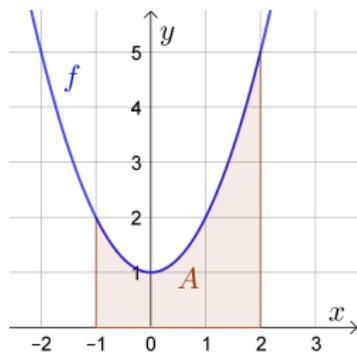
$$\int_{-6}^0 f(t) dt = ?$$

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

$F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ist eine **Stammfunktion** von f . $F'(x) = f(x)$

$$F(b) - F(a) = \int_a^b f(t) dt$$

Beispiel: $f(x) = x^2 + 1$

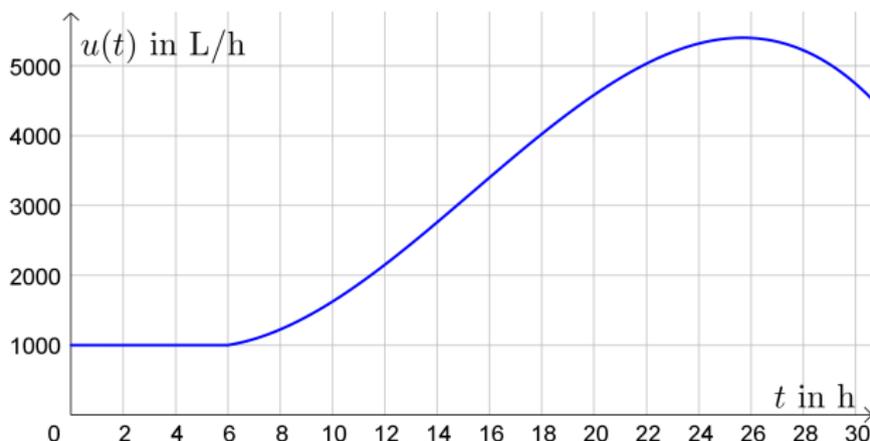


$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^2 f(x) dx = \underbrace{\frac{x^3}{3} + x}_{=F(x)} \Big|_{-1}^2 = \\ &= F(2) - F(-1) = \frac{14}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = 6 \end{aligned}$$

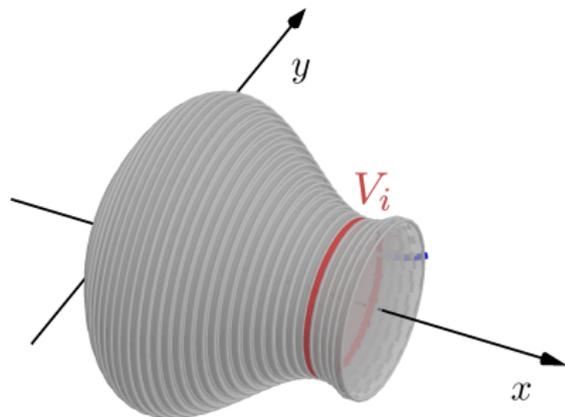
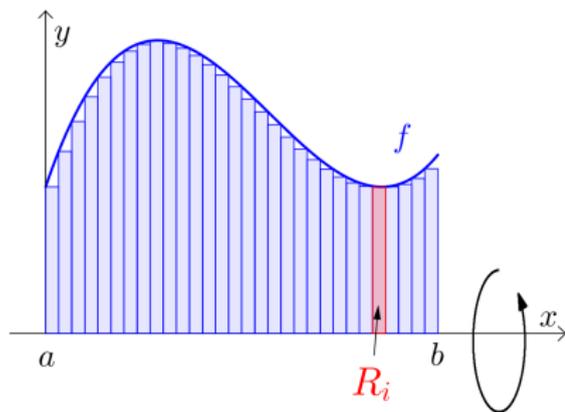
Physikalische Anwendungen

Durch ein Abflussrohr fließt Wasser ab.

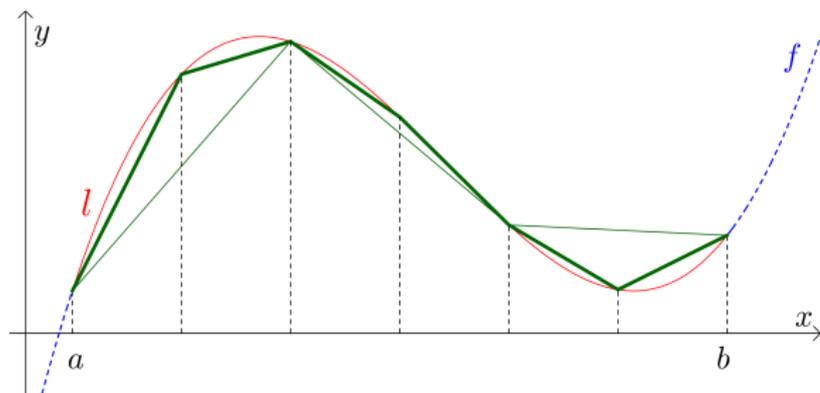
$u(t)$... Abflussrate in L/h zum Zeitpunkt t in h



- Wie viel Wasser ist im Zeitraum $[0 \text{ h}, 6 \text{ h}]$ abgeflossen?
- Wie können wir die Abflussmenge im Zeitraum $[0 \text{ h}, 24 \text{ h}]$ ermitteln?



$$\text{Volumen } V = \int_a^b f(x)^2 \cdot \pi \, dx$$



$$\text{Bogenlänge } l = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} \, dx$$

Überblick zu den Kompetenzmaterialien

- Paket 1 { KH – Integrieren I
AB – Kulturtechnik Integration
AB – Bestimmtes Integral
- Paket 2 { KH – Integrieren II
AB – Hauptsatz der Diff.- und Int.rechnung
AB – Physikalische Anwendungen
- Paket 3 { KH – Integrieren III
AB – Rotationsvolumen
AB – Bogenlänge
AB – Mittelwertsatz der Integralrechnung

Kompetenzmaterialien online verfügbar: mmf.univie.ac.at/materialien

